

# INTREKKING VAN EEN OUD MODEL BANKBILJET

Peter Koeze  
De Nederlandsche Bank NV, Amsterdam

5 september 1988  
Gedigitaliseerd oktober 2006

## 1 Probleemstelling

Nieuwe modellen bankbiljetten worden ‘dakpansgewijs’ (= successievelijk) in omloop gebracht. Het streven is elke twee jaar een oud model te vervangen door een nieuw model, zodat in minder dan vijftien jaar het volledige coupure-bouquet van zes coupures wordt vervangen.

Het is wenselijk dat, als van een coupure een nieuw model in omloop wordt gebracht, het oude model van de als laatste vernieuwde coupure uit de circulatie is verdwenen. In twee jaar dient een oud model dus te worden ingetrokken door middel van een geschikt te kiezen intrekingsprocedure.

Twee verschillende intrekingsprocedures worden in dit artikel met elkaar vergeleken en beoordeeld op snelheid van intrekking:

- volledige stille intrekking (alle ontvangen bankbiljetten van het oude model worden vernietigd),
- voortgezette sortering (bankbiljetten van het oude model worden gesorteerd en alleen de afgekeurde biljetten worden vernietigd).

Als voorbeeld is gekozen de coupure van  $f$  25, waarvan binnenkort het model 1971 / Sweelinck wordt vervangen.

## 2 Oplossing

Tijdens de circulatieproeven [1]-[4] is gebleken dat de wekelijkse ontvangsten aan bankbiljetten een aselechte trekking uit de circulatie vormen. Een gevolg hiervan is dat het aantal biljetten van een bepaald model in circulatie afneemt volgens een exponentiële functie vanaf het moment dat de uitgifte van nieuwe bankbiljetten wordt gestaakt. Dit is als volgt in te zien.

Stel dat op een bepaald moment  $t$  het aantal biljetten in circulatie  $N$  is. Veronderstel verder dat het aantal biljetten  $dN$  dat aan de circulatie wordt onttrokken gedurende de tijdsperiode  $dt$ , evenredig is aan  $N$  en  $dt$ . Dan geldt

$$-dN = \alpha N dt, \quad (1)$$

zodat

$$\frac{dN}{N} = -\alpha dt, \quad (2)$$

waarin  $\alpha$  de evenredigheidsconstante is. De oplossing volgt door integratie

$$\ln N(t) = -\alpha t + C \quad (3)$$

met  $C$  de integratieconstante, of

$$N(t) = C \exp(-\alpha t). \quad (4)$$

Als we veronderstellen dat het aantal biljetten in circulatie op tijdstip  $t = 0$ , wanneer de uitgifte van nieuwe biljetten wordt gestaakt, gegeven is door de beginvoorwaarde

$$N(t = 0) = N_0, \quad (5)$$

volgt dat

$$N_0 = C, \quad (6)$$

zodat

$$N(t) = N_0 \exp(-\alpha t). \quad (7)$$

Daar de gemiddelde levensduur  $L$  van de biljetten in circulatie gegeven is door

$$L = \bar{N} = 1/\alpha, \quad (8)$$

is het aantal biljetten in circulatie afhankelijk van de gemiddelde levensduur van de biljetten volgens

$$N(t) = N_0 \exp(-t/L). \quad (9)$$

De gemiddelde levensduur  $L$  is maximaal als geen biljetten worden afgekeurd, dus als het afkeuringspercentage op 0% wordt gesteld, zodat  $L = \infty$  en  $N(t) = N_0$ . De gemiddelde levensduur  $L$  is minimaal als alle binnenkomende biljetten worden vernietigd, dus als het afkeuringspercentage wordt opgevoerd tot 100%.

In het tweede kwartaal van 1988 was de terugkeurfrequentie van  $f$  25-biljetten  $3,87 \text{ jaar}^{-1}$ . De gemiddelde tijd tussen uitgifte en ontvangst van een bankbiljet is dan  $(3,87)^{-1}$  jaar. Bij volledige stille intrekking wordt het afkeurpercentage opgevoerd tot 100%, zodat de gemiddelde levensduur

$$L = (3,87)^{-1} \text{ jaar}. \quad (10)$$

Volgens formule (9) is dan na 2 jaar nog een fractie

$$\frac{N(t = 2 \text{ jaar})}{N_0} = \exp(-2 \cdot 3,87) = 0,00044 \quad (11)$$

in circulatie. De huidige circulatie is

$$N_0 \approx 70 \cdot 10^6 \text{ bankbiljetten,} \quad (12)$$

zodat

$$N(t = 2 \text{ jaar}) \approx 3 \cdot 10^4 \text{ bankbiljetten.} \quad (13)$$

In het tweede kwartaal van 1988 was de gemiddelde levensduur van  $f$  25-biljetten bij de huidige afkeurnormen

$$L = 0,97 \text{ jaar.} \quad (14)$$

Volgens formule (9) is bij voortgezette sortering volgens de huidige normen dus na 2 jaar nog een fractie

$$\frac{N(t = 2 \text{ jaar})}{N_0} = \exp(-2/0,97) = 0,13 \quad (15)$$

in circulatie. Als wederom

$$N_0 \approx 70 \cdot 10^6 \text{ bankbiljetten,}$$

dan

$$N(t = 2 \text{ jaar}) \approx 9 \cdot 10^6 \text{ bankbiljetten.} \quad (16)$$

Door allerlei effecten zullen beide bovenstaande schattingen naar alle waarschijnlijkheid onderschattingen blijken te zijn. In werkelijkheid zullen waarschijnlijk meer dan 30.000 bankbiljetten respectievelijk 9 miljoen bankbiljetten in circulatie blijven.

### 3 Conclusie

Bij voortgezette sortering van  $f$  25-biljetten volgens de huidige normen resteren na 2 jaar veel meer bankbiljetten in de circulatie dan past bij dakpansgewijze uitgifte van nieuwe modellen. Onmiddellijk na uitgifte van een nieuw model bankbiljet dient het oude model daarom volledig stil te worden ingetrokken.

## References

- [1] Koeze, P.; ‘An accurate statistical estimation of the life-length of f100-banknotes. A circulation trial with two qualities of currency paper’, *Int. Stat. Rev.* **47** (1979) (3) 283.
- [2] Koeze, P.; ‘The life-length of banknotes. A case study’, *Statistica Neerlandica* **36** (1982) 187-207.
- [3] Koeze, P., and A.H.B.Th. van Gelder; *The effect of paper fibre direction on the durability of banknotes*, De Nederlandsche Bank, Amsterdam 1985.
- [4] Koeze, P., and A.H.B.Th. van Gelder; ‘The effect of coating on the durability of banknotes’, *Proceedings Banknote Printers’ Conference*, Madrid 1986.

## Noot

Dit technische artikel schreef de auteur ter voorbereiding op de aanstaande wisseling van modellen in 1990. Deze digitale versie is een uitgebreide versie van het oorspronkelijke artikel.

Dr ir Peter Koeze was in 1988 afdelingsdirecteur van de Afdeling Bankbiljetten-Technische ontwikkeling van De Nederlandsche Bank N.V. te Amsterdam en is in 2004 gepensioneerd als directie-adviseur.

E-mail: [p.koeze@pkoeze.nl](mailto:p.koeze@pkoeze.nl)

Lijst van publicaties: <http://www.pkoeze.nl/ListOfPublications.pdf>

Curriculum vitae: <http://www.pkoeze.nl/CurriculumVitae.pdf>

De Nederlandsche Bank N.V.

Postbus 98

1000 AB Amsterdam

E-mail: [info@dnb.nl](mailto:info@dnb.nl)

Website: <http://www.dnb.nl/>